



Induktansi

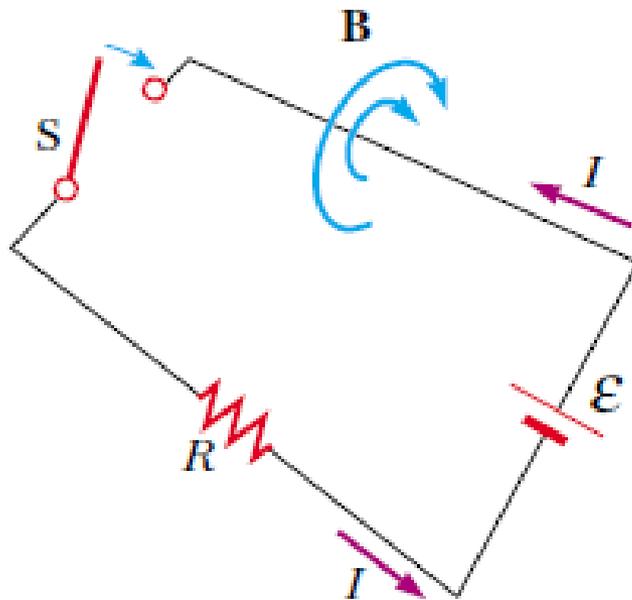
Kuliah Fisika Dasar II
Jurusan TIP, FTP, UGM 2009

Ikhsan Setiawan, M.Si.
Jurusan Fisika FMIPA UGM
<http://setiawan.synthasite.com>
ikhsan_s@ugm.ac.id

Outline

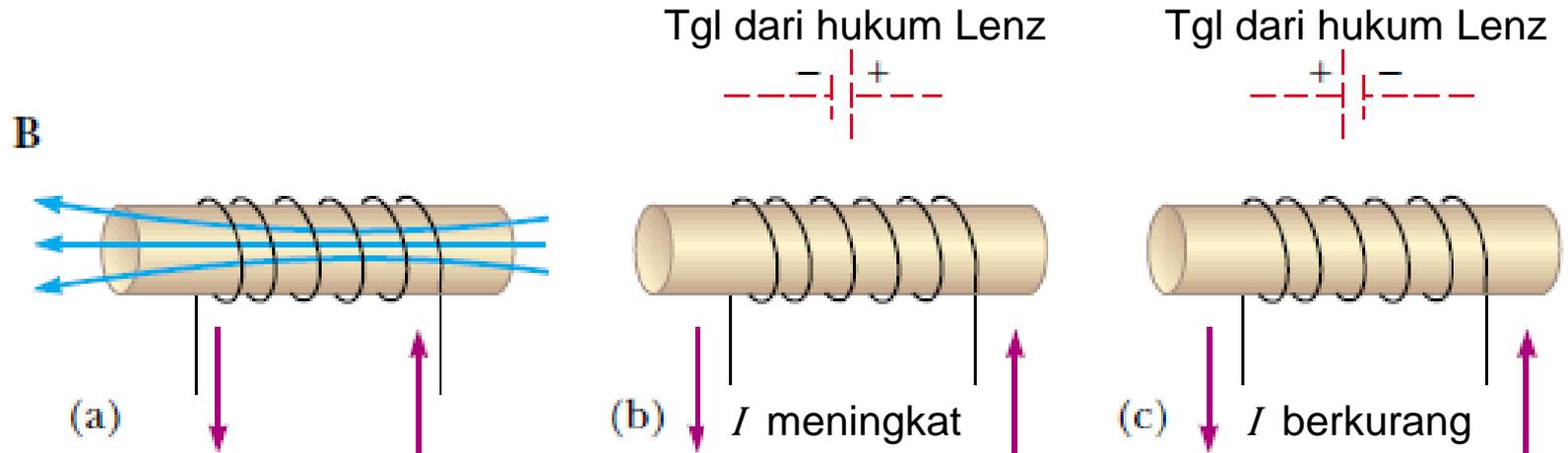
- Induktansi Diri
- Rangkaian RL
- Energi dalam Medan Magnetik
- Induktansi Bersama
- Osilasi dalam Rangkaian LC
- Rangkaian RLC

Induktansi Diri



- Saat arus listrik I meningkat, medan magnetik \mathbf{B} yang dilingkupi oleh loop rangkaian juga meningkat.
- Peningkatan \mathbf{B} ini menimbulkan tgl induksi dan juga arus induksi di dalam rangkaian.
- Arah tgl induksi sedemikian sehingga menghasilkan arus induksi yang menimbulkan medan magnetik induksi yang melawan medan \mathbf{B} .
- Arah tgl induksi ini berlawanan dengan arah tgl batere, akibatnya arus I tidak langsung mencapai nilai maksimumnya (ϵ/R) .
- Efek ini disebut sebagai **induksi diri**, karena dihasilkan oleh rangkaiannya sendiri. Tgl-nya disebut **tgl induksi diri**.

Induktansi Diri (lanjutan)



(a) Arus di dalam koil menghasilkan medan B ke arah kiri.

(b) Apabila arus meningkat, maka peningkatan fluks magnetik menghasilkan tgl induksi di dalam koil dengan polaritas ditunjukkan pada gambar (-|+).

(c) Polaritas emf induksi berbalik apabila arus berkurang (+| -).

Induktansi Diri (lanjutan)

Fluks magnetik \propto Medan magnetik \propto arus listrik

Oleh karena itu, tgl induksi (\mathcal{E}_L) selalu sebanding dengan laju perubahan arus :

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$$

dengan L adalah konstanta kesebandingan yang disebut induktansi koil.

Menurut hukum Faraday: $\mathcal{E}_L = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$

sehingga dapat diperoleh induktansi: $L = \frac{N\Phi_B}{I}$

atau $L = - \frac{\mathcal{E}_L}{dI/dt}$ Satuan : V·s / A = henry (H)

Induktansi \rightarrow perlawanan terhadap perubahan arus.

Soal 1

- a. Tentukan induktansi sebuah solenoid dengan panjang L , jejari R dan cacah lilitan N . Anggap $L \gg R$.

- b. Hitunglah tgl induksi diri dalam solenoid jika arus yang mengalir di dalamnya berkurang dengan kelajuan 50 A/s . Anggap solenoid memiliki 300 lilitan, panjang 25 cm, dan luas penampang 4 cm^2 .

Rangkaian *RL*

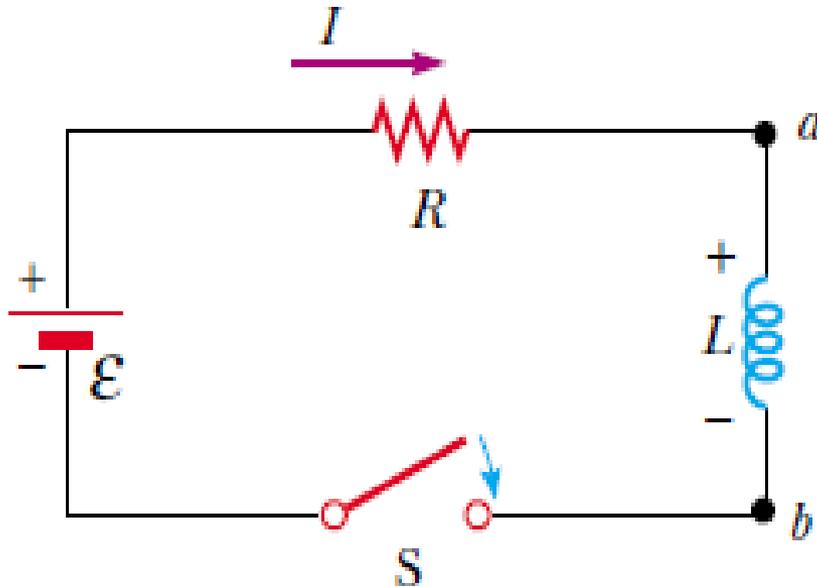
- Apabila dalam rangkaian terdapat koil, seperti solenoid, maka induktansi diri mencegah arus meningkat atau menurun dengan sekejap.
- Elemen rangkaian yang memiliki induktansi diri yang besar disebut **induktor** , dilambangkan:



- Rangkaian yang tidak memiliki koil pun sebenarnya memiliki induktansi diri, tetapi seringkali dapat diabaikan apabila terdapat induktor.

- Induktansi induktor menghasilkan “**tgl balik**” yang menghasilkan **arus induksi yang melawan adanya perubahan arus**.
 - arus tidak serta-merta naik atau turun
 - induktor menyebabkan rangkaian bersifat “lambam” terhadap adanya perubahan tegangan (atau perubahan arus).

Rangkaian RL (lanjutan)



Anggap: saklar S di tutup saat $t = 0$.

Arus naik: dI/dt positif sehingga: \mathcal{E}_L negatif

berarti: terjadi penurunan potensial dari a ke b .

Dengan menggunakan Aturan Kirchhoff. diperoleh:

$$\mathcal{E} - IR - L \frac{dI}{dt} = 0$$

Penyelesaiannya:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-Rt/L})$$

atau

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau})$$

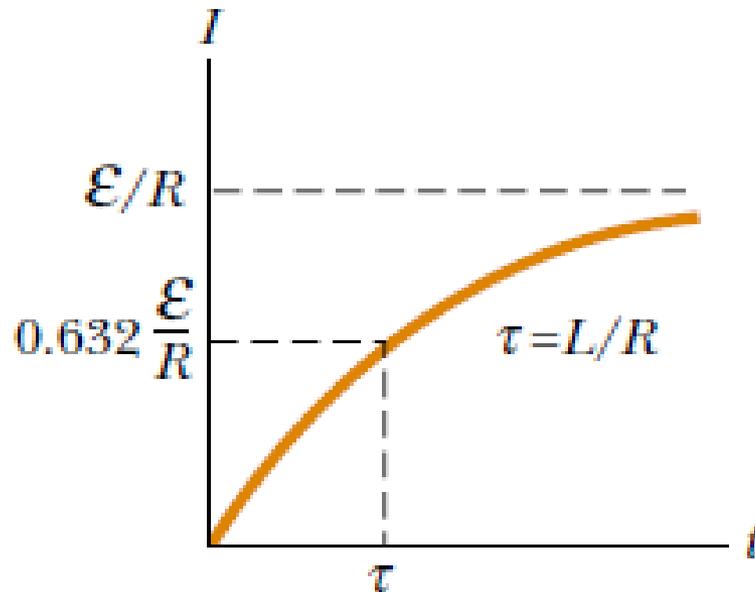
dengan $\tau = \frac{L}{R}$

disebut konstanta waktu rangkaian RL
atau konstanta waktu induktif.

Rangkaian RL (lanjutan)

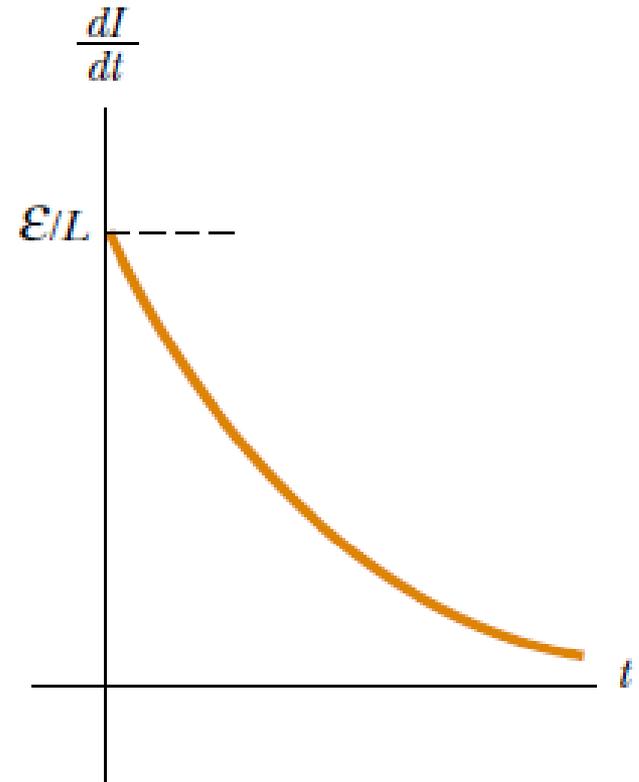
Arus sebagai fungsi waktu:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau})$$



Laju perubahan arus terhadap waktu:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{L} e^{-t/\tau}$$



Rangkaian RL (lanjutan)

Anggap mula-mula saklar S terhubung ke a cukup lama sehingga arus telah maksimum sebesar \mathcal{E}/R .

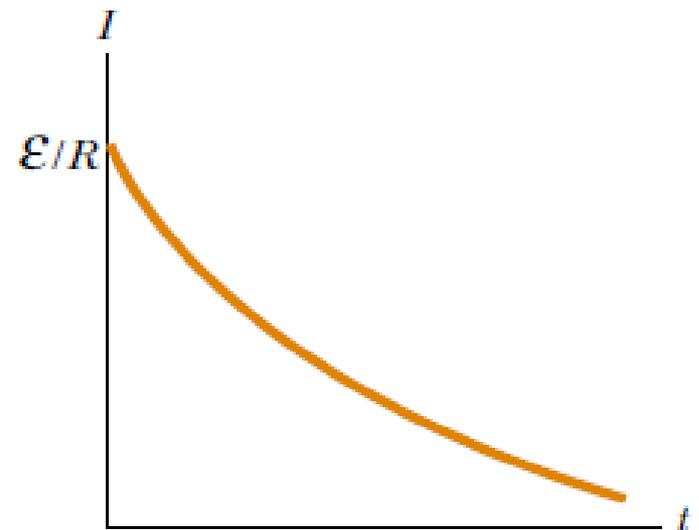
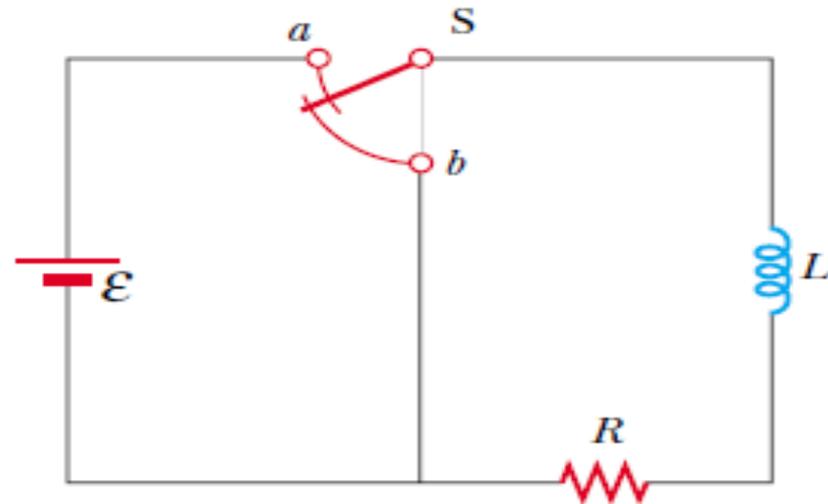
Kemudian Saklar di pindahkan dari a ke b , maka dengan menggunakan aturan Kirchhoff diperoleh:

$$IR + L \frac{dI}{dt} = 0$$

Penyelesaiannya:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau} = I_0 e^{-t/\tau}$$

dengan $I_0 = \mathcal{E}/R$

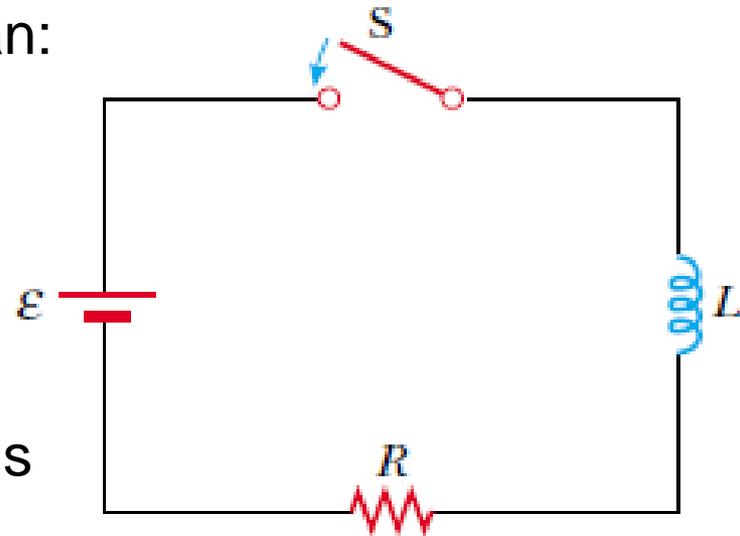


Soal 2

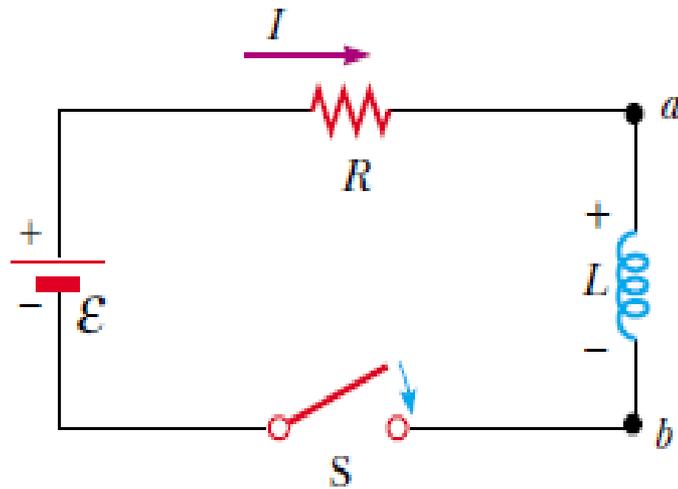
Pada rangkaian seperti gambar di bawah ini: $\mathcal{E} = 6.00 \text{ V}$,
 $L = 8.00 \text{ mH}$, dan $R = 4.00 \Omega$.

Saklar S ditutup saat $t = 0$. Tentukan:

- Nilai konstanta waktu induktif
- Arus listrik pada saat $t = 250 \mu\text{s}$
- Arus listrik maksimum
- Waktu yang diperlukan untuk arus mencapai nilai 80% dari nilai maksimumnya.



Energi dalam Medan Magnetik



Sebagian energi dari batere muncul sebagai :

- energi internal (panas) di dalam resistor, dan
- energi yang tersimpan dalam medan magnetik induktor

Dari persamaan $\mathcal{E} - IR - L \frac{dI}{dt} = 0$ yang dikalikan dengan I

dan disusun ulang, dapat diperoleh: $I\mathcal{E} = I^2R + LI \frac{dI}{dt}$

$I\mathcal{E}$ → Laju energi yang diberikan oleh batere

I^2R → Laju energi terdisipasi pada resistor

$LI \frac{dI}{dt}$ → Laju energi teryang tersimpan dalam induktor

Energi dalam Medan Magnetik (lanjutan)

Laju energi yang tersimpan dalam induktor:

$$\frac{dU}{dt} = LI \frac{dI}{dt}$$

Energi total yang tersimpan di dalam medan magnetik induktor yang berarus I :

$$U = \int dU = \int_0^I LI \, dI = L \int_0^I I \, dI$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

Dapat ditunjukkan rapat energi dalam medan magnetik adalah:

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Induktansi Bersama

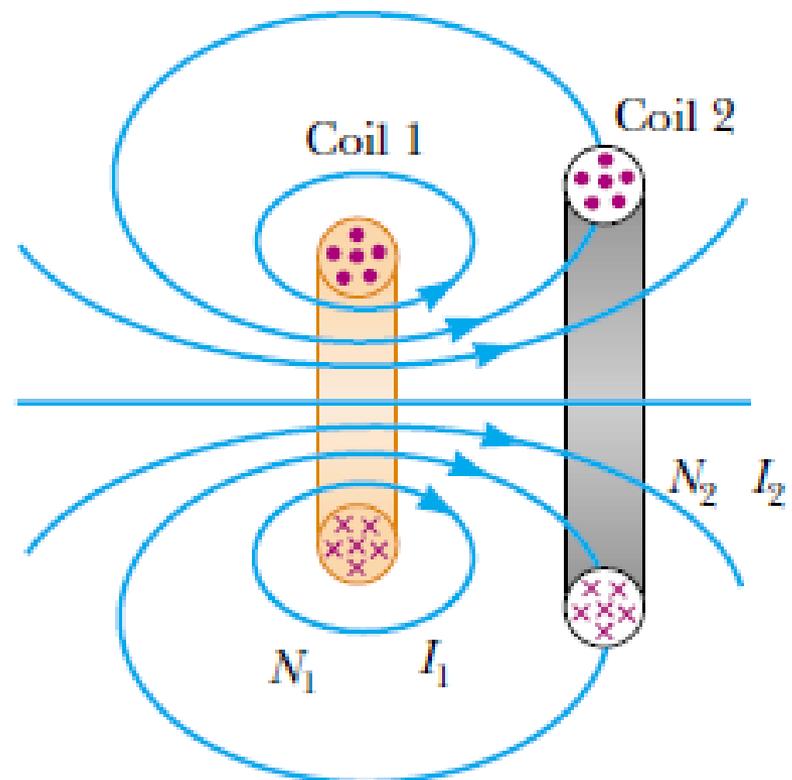
Induksi bersama merupakan proses munculnya tgl induksi pada suatu koil akibat adanya perubahan fluks magnetik yang dilingkupinya yang berasal dari perubahan arus listrik dalam koil lain di dekatnya.

Pada gambar di samping:

Koil 1 : - berarus I_1
- cacah lilitan N_1

Koil 2 : - cacah lilitan N_2

Fluks magnetik dari koil 1 yang dilingkupi oleh koil 2 ditulis sebagai Φ_{12} .



Induktansi Bersama (lanjutan)

Didefinisikan **induktansi bersama** (M_{12}) **koil 2 terhadap koil 1**:

$$M_{12} \equiv \frac{N_2 \Phi_{12}}{I_1}$$

Induktansi bersama bergantung pada geometri kedua loop dan orientasi relatif antara keduanya.

Dengan menggunakan hukum Faraday, **tgl induksi pada koil 2**:

$$\mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt} = -N_2 \frac{d}{dt} \left(\frac{M_{12} I_1}{N_2} \right) = -M_{12} \frac{dI_1}{dt}$$

Sebaliknya, jika koil 2 berarus I_2 , maka **tgl induksi pada koil 1**:

$$\mathcal{E}_1 = -M_{21} \frac{dI_2}{dt}$$

dengan M_{21} adalah **induktansi bersama koil 1 terhadap koil 2**.

Induktansi Bersama (lanjutan)

Dalam induksi bersama, tgl induksi dalam salah satu koil selalu sebanding dengan laju perubahan arus listrik yang terjadi di dalam koil lainnya.

Fakta: $M_{12} = M_{21} = M$

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{dI_1}{dt} \quad \mathcal{E}_1 = -M \frac{dI_2}{dt}$$

Bentuknya serupa dengan $\mathcal{E} = -L(dI/dt)$

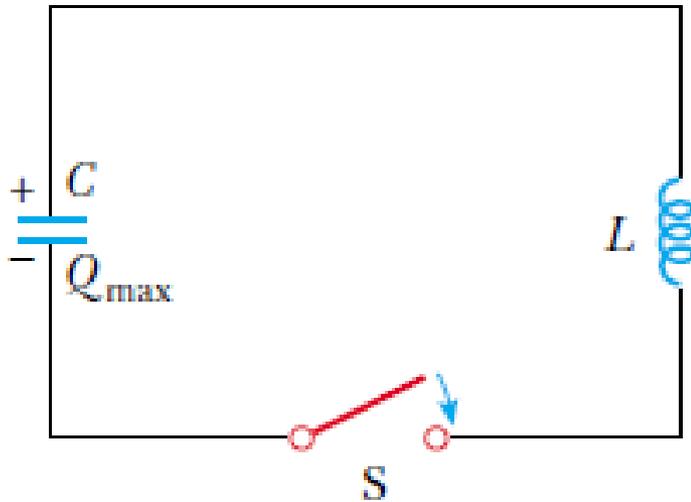
Satuan induktansi bersama : henry (H)

Soal 3

Dua buah koil saling berdekatan. Koil pertama memiliki arus $I(t) = 5 \exp(-0,025 t) \sin(377 t)$. Saat $t = 0,8$ s, tgl (*emf*) yang terukur pada koil kedua adalah $-3,2$ V.

Hitunglah besar induktansi bersama kedua koil tersebut.

Osilasi dalam Rangkaian LC

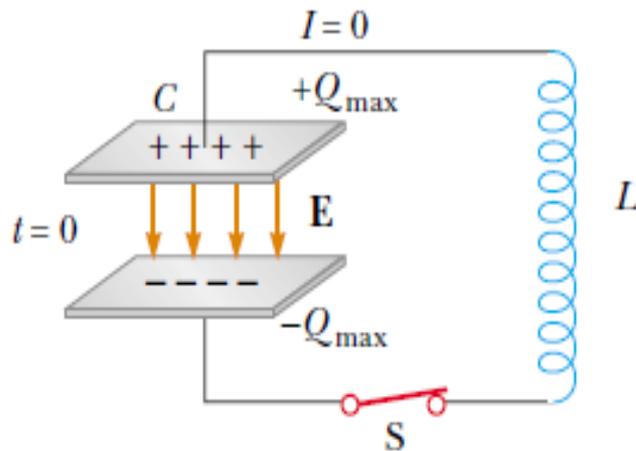


- Mula-mula kapasitor dalam keadaan terisi penuh muatan Q_{\max}
- Kemudian saklar S di tutup saat $t = 0$.
- Teramati arus listrik berosilasi antara nilai-nilai positif dan negatif.

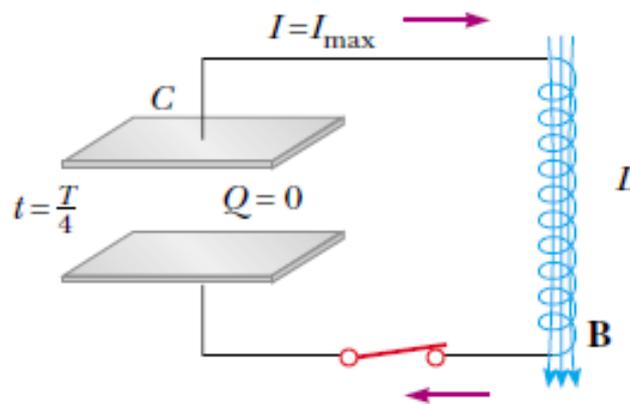
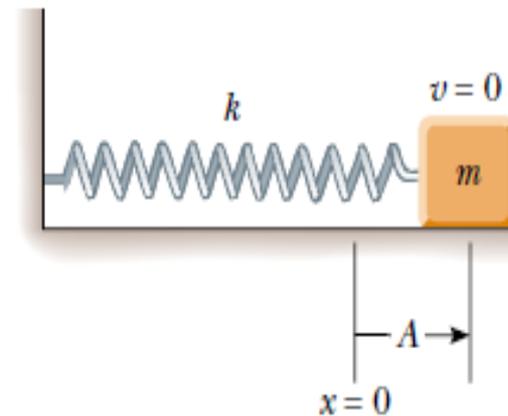
Asumsi: tidak ada resistansi dalam rangkaian dan tidak ada energi yang diradiasikan dari rangkaian, sehingga energi total sistem adalah kekal.

Osilasi dalam Rangkaian LC (lanjutan)

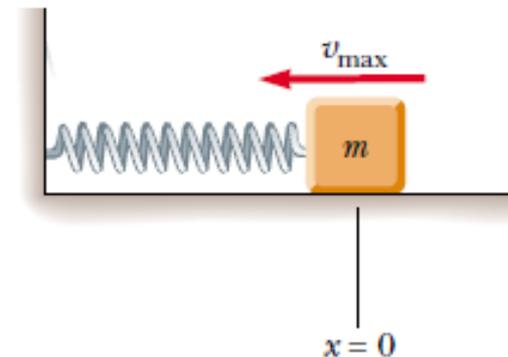
Tinjauan grafis osilasi rangkaian LC dan analoginya dengan osilasi sistem massa pegas:



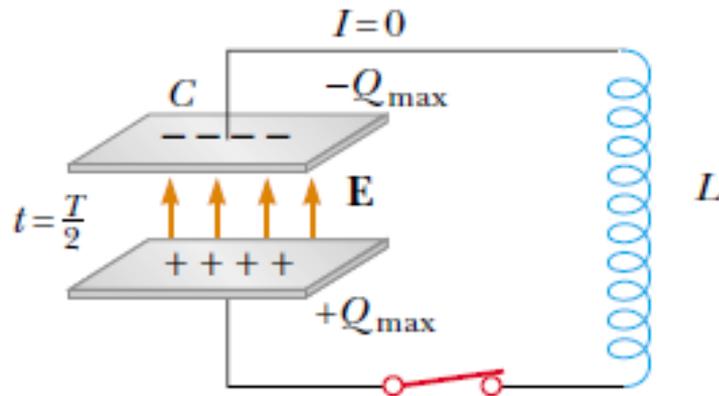
(a)



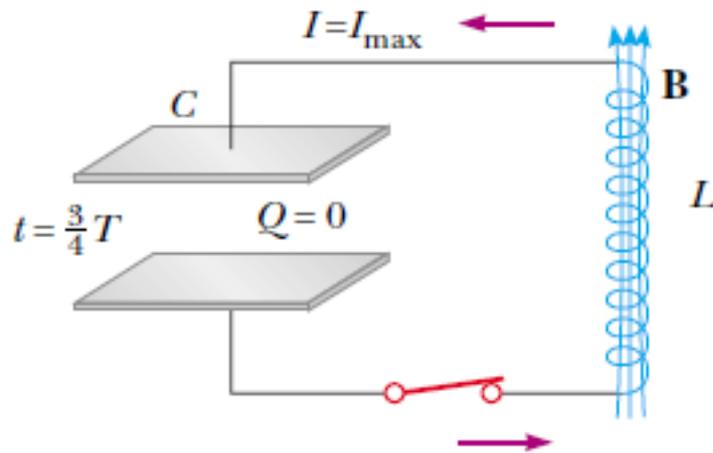
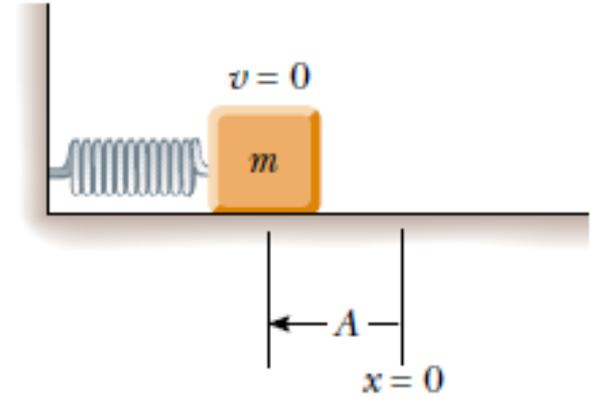
(b)



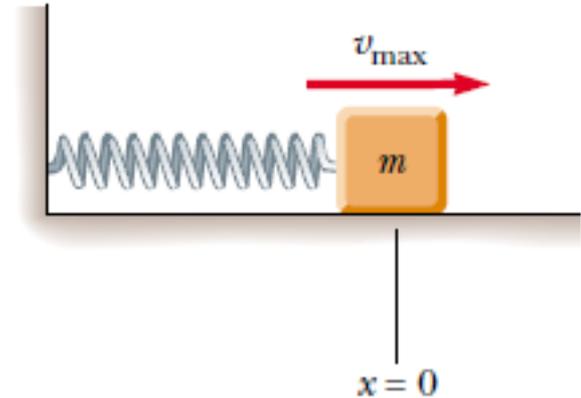
Osilasi dalam Rangkaian LC (lanjutan)



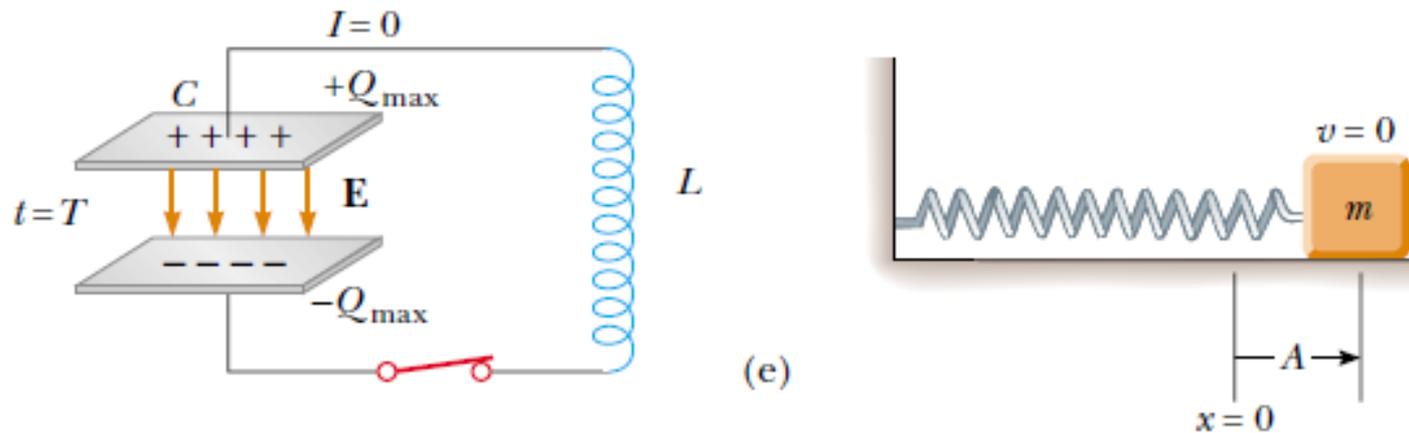
(c)



(d)



Osilasi dalam Rangkaian LC (lanjutan)



Pada saat t sembarang, energi total sistem adalah

$$U = U_C + U_L = \frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2}LI^2$$

Karena energi total kekal (konstan), maka

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2}LI^2 \right) = \frac{Q}{C} \frac{dQ}{dt} + LI \frac{dI}{dt} = 0$$

Osilasi dalam Rangkaian LC (lanjutan)

Karena $I = dQ/dt$ dan $dI/dt = d^2Q/dt^2$.

maka dapat diperoleh:

$$\frac{d^2Q}{dt^2} = -\frac{1}{LC} Q$$

Persamaan diferensial ini memiliki penyelesaian:

$$Q = Q_{\max} \cos(\omega t + \phi)$$

dengan Q_{\max} adalah muatan maksimum kapasitor, dan ϕ adalah fase awal osilasi:

ω adalah frekuensi anguler osilasi:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

disebut frekuensi anguler alamiah osilasi rangkaian LC.

Osilasi dalam Rangkaian LC (lanjutan)

Arus listrik: $I = \frac{dQ}{dt} = -\omega Q_{\max} \sin(\omega t + \phi)$

Jika pada saat awal ($t = 0$): $I = 0$ dan $Q = Q_{\max}$, maka fase awal osilasi adalah: $\phi = 0$

sehingga dalam kasus ini:

$$Q = Q_{\max} \cos \omega t$$

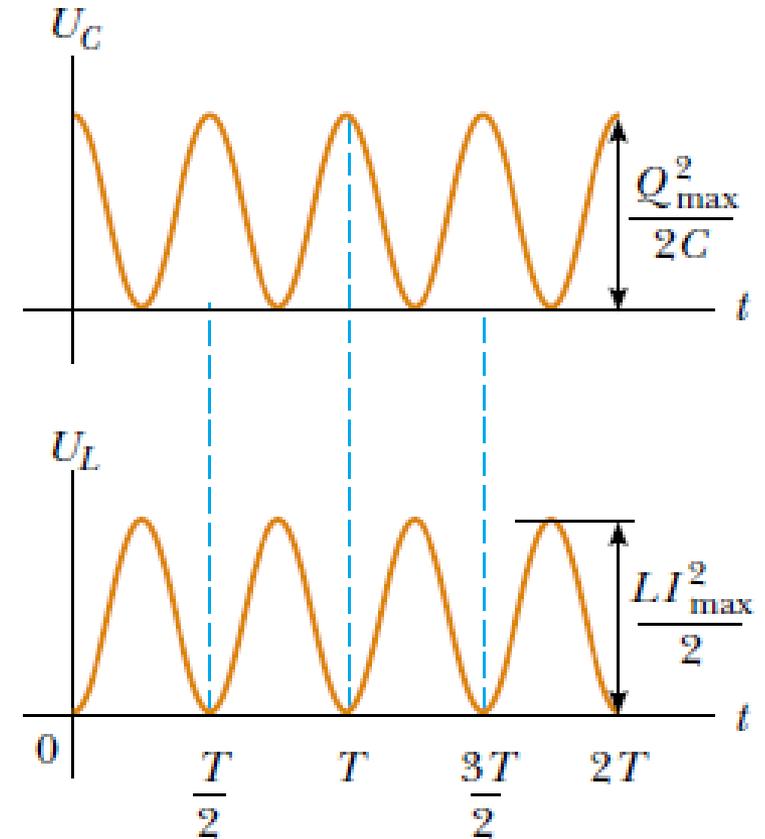
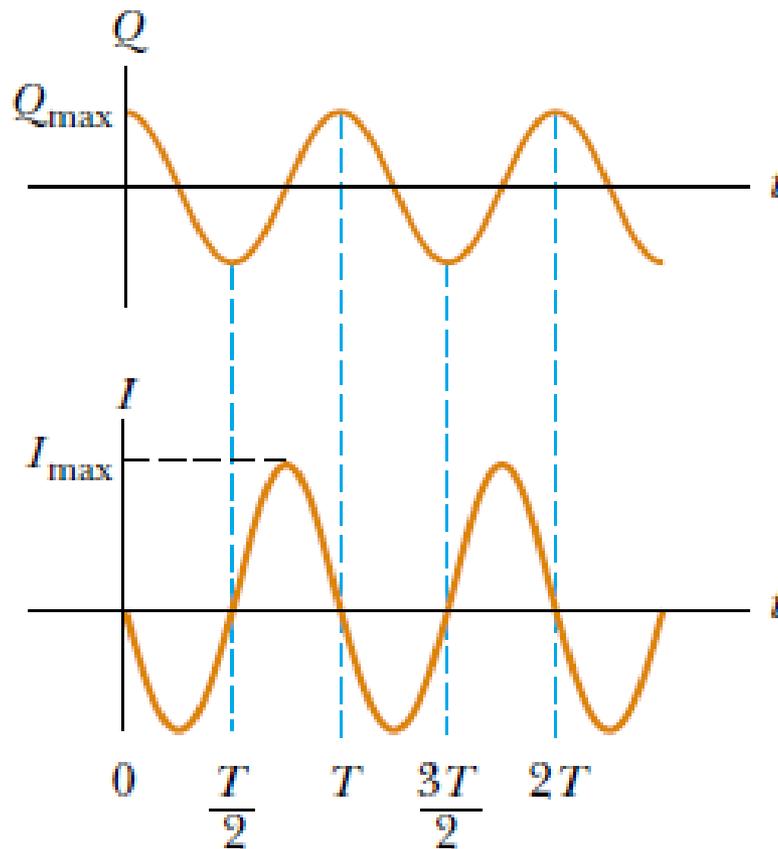
$$I = -\omega Q_{\max} \sin \omega t = -I_{\max} \sin \omega t$$

dan

$$U = U_C + U_L = \frac{Q_{\max}^2}{2C} \cos^2 \omega t + \frac{1}{2} L I_{\max}^2 \sin^2 \omega t$$

Osilasi dalam Rangkaian LC (lanjutan)

Secara grafis:

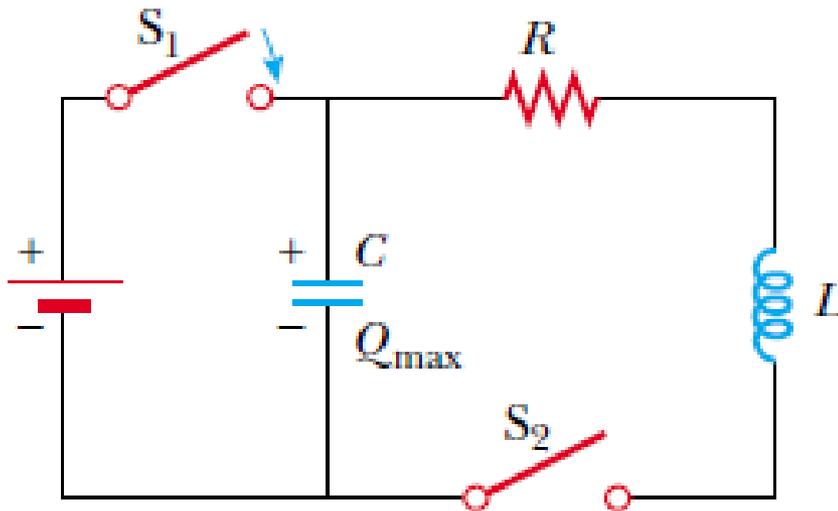


$$U = \frac{Q_{\max}^2}{2C} = \frac{LI_{\max}^2}{2}$$

Soal 4

Sebuah kapasitor $1 \mu\text{F}$ dimuati dengan sebuah power supply 40 V . Kapasitor ini yang telah terisi penuh kemudian dilucuti melalui sebuah induktor 10 mH . Tentukan besar arus maksimum dalam osilasi LC yang terjadi.

Rangkaian RLC



Mula-mula saklar S_1 tertutup dan saklar S_2 terbuka, sehingga kapasitor C terisi penuh dengan muatan Q_{\max} .

Kemudian, S_1 dibuka dan S_2 ditutup, arus I mengalir dalam rangkaian RLC (loop bagian kanan).

Karena ada resistansi (R) maka energi total yang tersimpan pada C dan L tidak lagi konstan, sebagian terdisipasi menjadi energi panas (internal) pada resistansi R , dengan laju:

$$\frac{dU}{dt} = -I^2R$$

Dengan demikian, berlaku:

$$LI \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} \frac{dQ}{dt} = -I^2 R$$

Karena $I = dQ/dt$ dan $dI/dt = d^2Q/dt^2$,

maka dapat diperoleh:

$$LI \frac{d^2Q}{dt^2} + I^2 R + \frac{Q}{C} I = 0$$

Persamaan ini dibagi dengan I , maka diperoleh:

$$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

Penyelesaiannya adalah:

$$Q = Q_{\max} e^{-Rt/2L} \cos \omega_d t$$

dengan

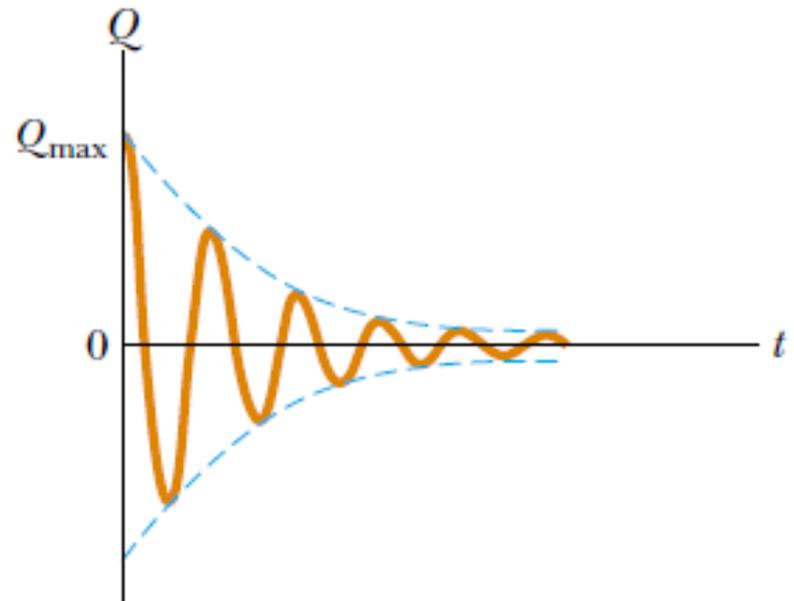
$$\omega_d = \left[\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L} \right)^2 \right]^{1/2}$$

adalah frekuensi angular osilasi teredam.

Apabila redamannya lemah ,
dimana

$$R \ll \sqrt{4L/C}$$

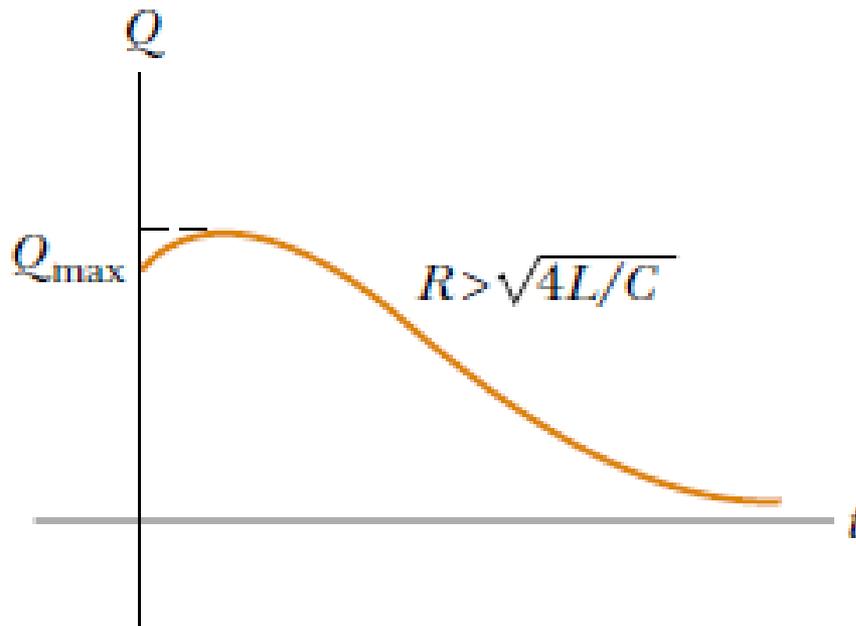
maka frekuensi teredam (ω_0) \approx
frekuensi teredam (ω_d)



Rangkaian RLC (lanjutan)

Untuk $R = R_c = \sqrt{4L/C}$: osilasi teredam kritis

Untuk $R > \sqrt{4L/C}$: osilasi sangat teredam



Dalam osilasi sangat teredam, sebenarnya tidak terjadi osilasi

Soal 5

Energi sebuah rangkaian RLC berkurang sebesar 1% pada tiap siklus osilasi apabila $R = 2 \Omega$. Jika resistansi (resistor) dihilangkan, maka rangkaian LC berosilasi dengan frekuensi 1 kHz. Tentukan nilai-nilai induktansi (L) dan kapasitansi (C).

Analogies Between Electrical and Mechanical Systems

| Electric Circuit | | One-Dimensional Mechanical System |
|--|--|---|
| Charge | $Q \leftrightarrow x$ | Position |
| Current | $I \leftrightarrow v_x$ | Velocity |
| Potential difference | $\Delta V \leftrightarrow F_x$ | Force |
| Resistance | $R \leftrightarrow b$ | Viscous damping coefficient |
| Capacitance | $C \leftrightarrow 1/k$ | ($k =$ spring constant) |
| Inductance | $L \leftrightarrow m$ | Mass |
| Current = time derivative of charge | $I = \frac{dQ}{dt} \leftrightarrow v_x = \frac{dx}{dt}$ | Velocity = time derivative of position |
| Rate of change of current = second time derivative of charge | $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2Q}{dt^2} \leftrightarrow a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ | Acceleration = second time derivative of position |
| Energy in inductor | $U_L = \frac{1}{2} LI^2 \leftrightarrow K = \frac{1}{2} mv^2$ | Kinetic energy of moving object |
| Energy in capacitor | $U_C = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \leftrightarrow U = \frac{1}{2} kx^2$ | Potential energy stored in a spring |
| Rate of energy loss due to resistance | $I^2 R \leftrightarrow bv^2$ | Rate of energy loss due to friction |
| RLC circuit | $L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \leftrightarrow m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0$ | Damped object on a spring |